

## 8 定常状態の摂動論

**1** 【縮退のないとき】一様な電場中に水素原子をおいたとき，定常状態のエネルギー準位がずれる現象を Stark 効果という。いま，電子（電荷  $e$ ，座標  $r$ ）が基底状態にあるとし， $z$  方向に弱い電場  $E$  をかけるとする。このとき生じる摂動

$$V = e\mathbf{E} \cdot \mathbf{r} = eEr \cos \theta$$

について，以下の問に答えよ。ただし，電場のないときの水素原子の波動関数

$$|nlm\rangle : \phi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \varphi)$$

$$R_{10} = \left(\frac{1}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} 2e^{-\frac{r}{a_0}}, R_{20} = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}}, R_{21} = \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{r}{\sqrt{3}a_0} e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, Y_1^{\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\varphi}$$

および，エネルギー準位  $E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} \frac{1}{n^2}$  を用いてよい。

- (1) 1 次の摂動によるエネルギー準位の変化を求めよ。
- (2) 2 次の摂動によるエネルギー準位の変化を求め，それが  $E^2$  に比例することをたしかめよ。ただし，第 1 励起状態までの寄与のみを考慮すればよい。
- (3) (2) の結果で， $E^2$  の比例係数に  $-2$  をかけたものを分極率という。分極率を， $4\pi\epsilon_0$  の単位で求めよ。

**2** 【縮退のあるとき】問 1 で，電子が第 1 励起状態にあるとして，以下の問に答えよ。

- (1) 電場をかける前のエネルギー準位の縮退の数はいくらか。
- (2) 電場をかけた後の，1 次の摂動によるエネルギー準位の変化を求めよ。
- (3) そのときの固有関数を求めよ。縮退の数はいくらか。