

## 6 角運動量の合成とスピン軌道相互作用

1 【電子スピンの合成】スピン相互作用している2つの電子(質量  $m_e$ , 電荷  $-e$ )について, 以下の問に答えよ。

(1) スピンが上向きの状態を  $|\uparrow\rangle$ , 下向きの状態を  $|\downarrow\rangle$  とする。これらを合成し, 規格化された全スピンの固有状態をすべて求めよ。

(2) 一様磁場  $B$  中 ( $z$  方向) の2つの電子のハミルトニアンが

$$H = a \mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 + k_e (s_{1z} + s_{2z}), \quad k_e = -g_e \frac{eB}{2m_e}$$

で与えられるとき, (1) の全ての固有状態に対するエネルギー固有値を求めよ。ただし,  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$  はそれぞれの電子のスピン,  $a$  は定数,  $g_e$  は電子の  $g$  因子とする。

2 【軌道角運動量とスピンの合成】電子の1体系の軌道角運動量 ( $l = 1$ ) とスピン ( $s = \frac{1}{2}$ ) の合成について考える。以下の問に答えよ。

(1) 軌道角運動量の固有状態  $|l, m_l\rangle$  およびスピンの固有状態  $|s, m_s\rangle$  をすべて書け。

(2) 合成系を  $|j, m\rangle$  としたとき, その固有状態をすべて書け。

(3) 合成系の固有状態を, (1) の固有状態を用いて表せ。その結果より,  $l = 1, s = \frac{1}{2}$  に対する Clebsch-Gordan 係数の表を作れ。ただし, 以下の関係式を用いてよい。

$$J^- |j, m\rangle = \sqrt{(j+m)(j-m+1)} |j, m-1\rangle$$

(4) (3) の固有状態について,  $l \cdot s$  の期待値を求めよ。

(5) (1) の軌道部分を球面調和関数  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  で表示し, スピン部分をベクトル  $(1, 0), (0, 1)$  で表示するとき, (3) の合成系の固有状態をベクトルで表せ。