

3 スピン

1 【磁場中のスピンの運動】 z 方向の一様な磁場 B_0 中の電子 (電荷 $-e$, 質量 μ) のスピン S の運動について調べる。以下の問いに答えよ。ただし, ハミルトニアン中のスピンによる項を $H_s = \frac{e\hbar}{\mu} B_0 S_z$, Larmor の角速度を $\omega_0 = \frac{eB_0}{\mu}$ とする。

- (1) Heisenberg の運動方程式を用いて, S の時間による微分方程式を導け。
- (2) $S_+ = S_x + iS_y$ を用いて, (1) の結果を S_+ に関する微分方程式に帰着せよ。また, その解を求めよ。ただし, $t = 0$ におけるスピンの y 成分は 0 とする。
- (3) スピンは磁場の回りを角速度 ω_0 で歳差運動することを示せ。

2 【スピン共鳴】 問 1 で, さらに z 軸に垂直に角速度 ω で時間的に変化する大きさ B_1 の磁場をかける。ただし,

$$S_x = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, S_y = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, S_z = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

を用いてよい。

- (1) ハミルトニアンのスピンによる項 H_s を, 2 行 2 列の行列で表せ。ただし, $t = 0$ における磁場の y 成分は 0 とする。
- (2) スピン波動関数を $\chi(t) = (U(t), D(t))$ とし, さらに $U(t) = u(t)e^{-\frac{i\omega t}{2}}$, $D(t) = d(t)e^{\frac{i\omega t}{2}}$ とおくことにより, 時間による Schrödinger 方程式 $i\hbar \frac{d\chi(t)}{dt} = H_s \chi(t)$ を解け。ただし, 時刻 $t = 0$ においてスピンは上向きであるとする。
- (3) 時刻 t においてスピンの下向きとなる確率を求めよ。