

## 9 スカラー・ベクトルの面積分

**1** 平面  $2x + 2y + z = 4$  が座標軸と交わる点を A, B, C とし,  $\triangle ABC$  の周および内部を  $S$  とするとき, 以下の問に答えよ。

(1)  $f(x, y, z) = 4x + 3y + z$  の面積分  $\int_S f dS$  を求めよ。

(2)  $\mathbf{A} = (2y, z, 0)$  の面積分  $\int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS$  を求めよ。

**2** 球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  を  $S$  とするとき,  $\mathbf{A} = (x, y, 0)$  の面積分  $\int_S \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS$  を求めよ。

**3** 原点を中心とし, 半径  $a$  の球面を  $S$  とする。  $S$  上の任意の点の位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  とするとき,  $\int_S \frac{\mathbf{r}}{r^3} \cdot \mathbf{n} dS = 4\pi$  を証明せよ。ただし,  $r = |\mathbf{r}|$  とする。