

7 偏微分, ベクトル解析 (復習)

1 以下の式について, 合成関数の微分により $\frac{dw}{dt}$ を t で表せ。

(1) $w = x + y + z, x = \cos t, y = \sin t, z = t$

(2) $w = \log |x - 3y + 5z|, x = t, y = e^t, z = \log t$

(3) $w = \frac{x+y}{z}, x = t, y = t^2, z = t^3$

2 以下の式について, 合成関数の微分により $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ を u, v で表せ。

(1) $z = x + y, x = 2u - v, y = u + v$

(2) $z = x^2 + y^2, x = \cos(u + v), y = \sin(u - v)$

(3) $z = \frac{y}{x}, x = u + v, y = uv$

3 $\mathbf{r} = (x, y, z), r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ とするとき, 次の式を計算せよ。

(1) $\nabla \frac{1}{r}$

(2) $\nabla \log r$

(3) $\Delta \frac{1}{r}$

(4) Δr^n

(5) $\operatorname{div} (r^n \mathbf{r})$

(6) $\operatorname{rot} (r^n \mathbf{r})$