

11 行列の対角化と2次形式

1 2次形式

$$f(x, y) = 5x^2 - 2xy + 5y^2$$

について，以下の問に答えよ。

- (1) f を実対称行列を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた実対称行列を，直交行列を用いて対角化せよ。
- (3) f を (2) で求めた直交行列により標準形に直せ。
- (4) $5x^2 - 2xy + 5y^2 - 2 = 0$ のグラフを描け。

2 2次形式

$$f(x, y, z) = 6x^2 + 5y^2 + 7z^2 - 4xy + 4xz$$

について，以下の問に答えよ。

- (1) f を実対称行列を用いて表せ。
- (2) (1) で求めた実対称行列を，直交行列を用いて対角化せよ。
- (3) f を (2) で求めた直交行列により標準形に直せ。
- (4) 単位球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上での $f(x, y, z)$ の最小値，最大値を求めよ。