数理物理及び演習I（線形代数）　2004.11.8

8　線形部分空間・Schmidtの直交化

1 ベクトル

$$\begin{cases} \boldsymbol{v_1} = (2,\, 0,\, 1,\, 0) \\ \boldsymbol{v_2} = (3,\, -1,\, -1,\, 1) \\ \boldsymbol{v_3} = (1,\, -1,\, -2,\, 1) \end{cases} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{w_1} = (1,\, 1,\, 0,\, 0) \\ \boldsymbol{w_2} = (2,\, -2,\, -1,\, 1) \\ \boldsymbol{w_3} = (1,\, -3,\, -1,\, 1) \end{cases}$$

の張る空間をそれぞれ $V,\, W$ とするとき，以下の問に答えよ。

(1) $V,\, W$ の次元と基底を求めよ。

(2) $V+W$ の次元と基底を求めよ。

(3) $V\cap W$ の次元と基底を求めよ。

(4) $V+W$ の直交補空間の次元を求めよ。

2 問 **1** の結果について，以下の問に答えよ。

(1) $V+W$ の基底を Schmidt の直交化により正規直交基底にせよ。

(2) $V+W$ の直交補空間の基底ベクトルを，(1) で求めた基底ベクトルとともに 4 次元の正規直交系をなすように，Schmidt の直交化により定めよ。

3 $(f,\, g) = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)g(x)dx$ によって内積が定義されているとき，Schmidt の直交化により $\{1,\, x,\, x^2\}$ から正規直交系を構成せよ。