

## 6 逆行列と連立方程式

1 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 15 \\ 1 & 5 & -4 \\ 4 & 9 & 5 \end{pmatrix}$  について, 以下の問に答えよ。

- (1)  $A$  の余因子をすべて求めよ。
- (2)  $A$  の行列式を求めよ。
- (3)  $A$  の逆行列を求めよ。
- (4)  $A$  と単位行列  $E$  を並べた行列  $(AE)$  に行基本変形を行い  $(EP)$  となる行列  $P$  を求め,  $P$  が  $A$  の逆行列であることを確かめよ。

### 2 連立方程式

$$\begin{cases} x - 5y + 15z = 2 \\ x + 5y - 4z = 3 \\ 4x + 9y + 5z = 11 \end{cases}$$

について, 以下の問に答えよ。

- (1) 問 1(3) の結果を利用して解け。
- (2) Cramer の公式を用いて解け。
- (3)  $\mathbf{b} = (2, 3, 11)$  とする。  $A$  と  $\mathbf{b}$  を並べた行列  $(A\mathbf{b})$  に行基本変形を行い  $(E\mathbf{p})$  となるベクトル  $\mathbf{p}$  を求め,  $\mathbf{p}$  が与えられた連立方程式の解であることを確かめよ。

### 3 $a, b, c, d$ が互いに異なる数であるとき, 連立方程式

$$\begin{cases} x + y + z + w = 1 \\ ax + by + cz + dw = e \\ a^2x + b^2y + c^2z + d^2w = e^2 \\ a^3x + b^3y + c^3z + d^3w = e^3 \end{cases}$$

を解け。