数理物理及び演習I（線形代数）　*2004.6.7*

4　行列式の計算

1 行列式の定義を用いて $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ を計算せよ。

2 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & -5 & -3 & 1 \end{vmatrix}$ を計算せよ。

3 行列式 $\begin{vmatrix} a & a & a \\ a & b & b \\ a & b & c \end{vmatrix}$, $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix}$ を因数分解せよ。

4 Vandermonde の行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ {x_1}^2 & {x_2}^2 & \cdots & {x_n}^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ {x_1}^{n-1} & {x_2}^{n-1} & \cdots & {x_n}^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{i>j=1}^{n} (x_i - x_j)$ を証明せよ。