数理物理演習 III　’99 年度期末試験　2000 年 1 月 19 日(水曜) 7-8 時限

問 1　<u>調和振動子</u>

ハミルトニアン$H=\dfrac{p^2}{2m}+\dfrac{m\omega^2x^2}{2}=-\dfrac{\hbar^2}{2m}\dfrac{d^2}{dx^2}+\dfrac{1}{2}m\omega^2x^2$で表わされる 1 次元調和振動子を考える。

演算子 $a=\dfrac{1}{\sqrt{2\hbar}}\left(\sqrt{m\omega}x+i\dfrac{p}{\sqrt{m\omega}}\right)$と$a^{\dagger}=\dfrac{1}{\sqrt{2\hbar}}\left(\sqrt{m\omega}x-i\dfrac{p}{\sqrt{m\omega}}\right)$を定義し、$H$の固有状態をエネルギーの低いほうから順に$|0\rangle,|1\rangle,|2\rangle,\cdots$とする。

1) 基底$|0\rangle,|1\rangle,|2\rangle,\cdots$に対し$H,a,a^{\dagger},x,p$のそれぞれを行列表示せよ。

2) 定数ωの値を$\omega=\omega_0+\Delta\omega\cdot\cos\Omega t$ のように、わずかに振動させた($\Delta\omega<<\omega$とする)。どの準位間の遷移が起こるか摂動によって調べ、遷移が可能なΩの値を求めよ。(ヒント—遷移を引き起こさない項は無視して良い。)

問 2 <u>スピン角運動量</u>

1) 大きさが 1 の角運動量演算子$\vec{S}$について、S_zの固有状態を$|+1\rangle,|0\rangle,|-1\rangle$とするとき、$S_x$の固有状態を求めよ。(ヒント—求める状態は$|+1\rangle,|0\rangle,|-1\rangle$の線形結合)

2) j_1=1 と j_2=1/2 の角運動量を合成した場合の合成角運動量(J, M)の固有状態を全て求めよ。

問 3 <u>摂動</u>

1) ハミルトニアン$H=-QI_Z^2$の固有エネルギーを図示し、エネルギー準位間隔を記せ。但し、Qはゼロでない定数で、I_zは大きさ$I=3/2$のスピン演算子の z 成分とする。

2) 摂動として$V=H_0I_z$を加えたときの、エネルギー準位を求めよ (ヒント—簡単)。

3) 摂動として$V=H_0I_x$を加えたときの、エネルギー準位と固有状態を求めよ (ヒント—縮退している二つの準位について 2×2 の行列を対角化せよ)。

＊コメントをどうぞ (3 行以内)

T. GOTO